# Mathématiques et lutte biologique
## pour la protection des cultures

*Pierre Bernhard*

INRIA-Sophia Antipolis-Méditerranée

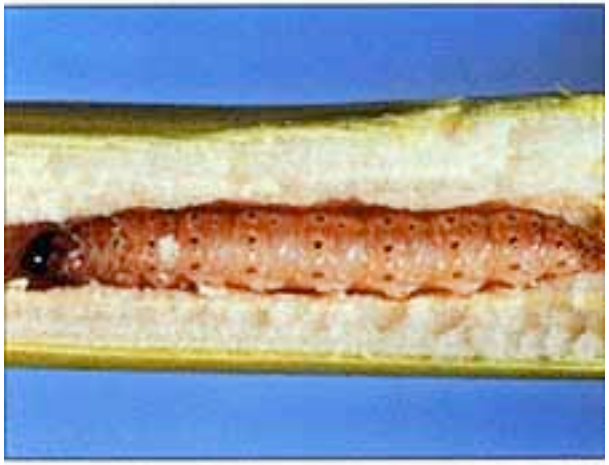
CIV

21 octobre 2010

# La pyrale du maïs

Un ravageur des maïs : la pyrale du maïs ou *Ostrinia nubilalis*.

Un papillon dont la larve vit dans la tige du maïs, la fragilisant. Le vent couche les maïs des champs attaqués, et la récolte est perdue.



# Les moyens de lutte

- Les insecticides,

# Les moyens de lutte

- Les insecticides,

- Les OGM : maïs BT, (de *Bacillus thuringiensis*)

# Les moyens de lutte

- Les insecticides,
- Les OGM : maïs BT, (de *Bacillus thuringiensis*)
- Les ennemis naturels ou *auxiliaires*

# Les Trichogrammes

Notre alliée : *Trichogramma brassicæ*

# Les Trichogrammes

Prédateurs : les coccinelles contre les pucerons,

# Les Trichogrammes

Notre alliée : *Trichogramma brassicæ*

Prédateurs et parasitoïdes.

Les trichogrammes : des guêpes millimétriques qui pondent leurs œufs dans ceux de la pyrale, empêchant le développement de celle-ci.

# Les Trichogrammes

Notre alliée : *Trichogramma brassicæ*

Prédateurs et parasitoïdes.

Les trichogrammes : des guêpes millimétriques qui pondent leurs œufs dans ceux de la pyrale, empêchant le développement de celle-ci.

Produites en masse (10 milliards d'œufs de trichogrammes par an) par la société Biotop, à Biot (Sophia Antipolis).

# Les Trichogrammes

Notre alliée : *Trichogramma brassicæ*

Prédateurs et parasitoïdes.

Les trichogrammes : des guêpes millimétriques qui pondent leurs œufs dans ceux de la pyrale, empêchant le développement de celle-ci.

Produites en masse (10 milliards d'œufs de trichogrammes par an) par la société Biotop, à Biot (Sophia Antipolis). 100 000 ha de maïs protégés par des trichogrammes en France en 2008, soit 6% des 1,7 millions d'ha.

Photo - INRA - Antibes

# La “cueillette”

Les œufs de pyrale (les “hôtes”) sont disposés en agrégats (“ooplaques”) de quelques dizaines d’œufs.

la trichogramme parcourt l’agrégat “au hasard”, et teste les hôtes qu’elle rencontre pour savoir s’ils sont sains ou déjà parasités.

# La “cueillette”

Les œufs de pyrale (les “hôtes”) sont disposés en agrégats (“ooplaques”) de quelques dizaines d’œufs.

la trichogramme parcourt l’agrégat “au hasard”, et teste les hôtes qu’elle rencontre pour savoir s’ils sont sains ou déjà parasités.

Au fur et à mesure qu’elle en parasite, elle tombe de plus en plus souvent sur un hôte déjà parasité. Elle met donc de plus en plus longtemps pour trouver un nouvel hôte sain.

# La “cueillette”

Les œufs de pyrale (les “hôtes”) sont disposés en agrégats (“ooplaques”) de quelques dizaines d’œufs.

la trichogramme parcourt l’agrégat “au hasard”, et teste les hôtes qu’elle rencontre pour savoir s’ils sont sains ou déjà parasités.

Au fur et à mesure qu’elle en parasite, elle tombe de plus en plus souvent sur un hôte déjà parasité. Elle met donc de plus en plus longtemps pour trouver un nouvel hôte sain.

Elle partira sans avoir pu épuiser l’agrégat.

Quelle proportion d'hôtes sains

d'œufs de pyrale non parasités

laisse-t-elle derrière elle ?

Quelle proportion d'hôtes sains

d'œufs de pyrale non parasités

laisse-t-elle derrière elle ?

¿ Que peuvent les mathématiques à cela ?

# Évolution et pression sélective

L'évolution darwinienne $\Longrightarrow$ "Survie du mieux adapté".

# Évolution et pression sélective

L'évolution darwinienne $\Longrightarrow$ "Survie du mieux adapté".

Donc les animaux doivent avoir un comportement "optimal" en termes d'efficacité reproductive.

# Évolution et pression sélective

L'évolution darwinienne $\Longrightarrow$ "Survie du mieux adapté".

Donc les animaux doivent avoir un comportement "optimal" en termes d'efficacité reproductive.

Donc en faisant des calculs d'optimisation (de l'effectif de la descendance), on doit pouvoir "prédire" (ou "expliquer") le comportement.

# Évolution et pression sélective

L'évolution darwinienne $\Longrightarrow$ "Survie du mieux adapté".

Donc les animaux doivent avoir un comportement "optimal" en termes d'efficacité reproductive.

Donc en faisant des calculs d'optimisation (de l'effectif de la descendance), on doit pouvoir "prédire" (ou "expliquer") le comportement.

L'étonnant, c'est que ça marche !

# Évolution et pression sélective

L'évolution darwinienne $\Longrightarrow$ "Survie du mieux adapté".

Donc les animaux doivent avoir un comportement "optimal" en termes d'efficacité reproductive.

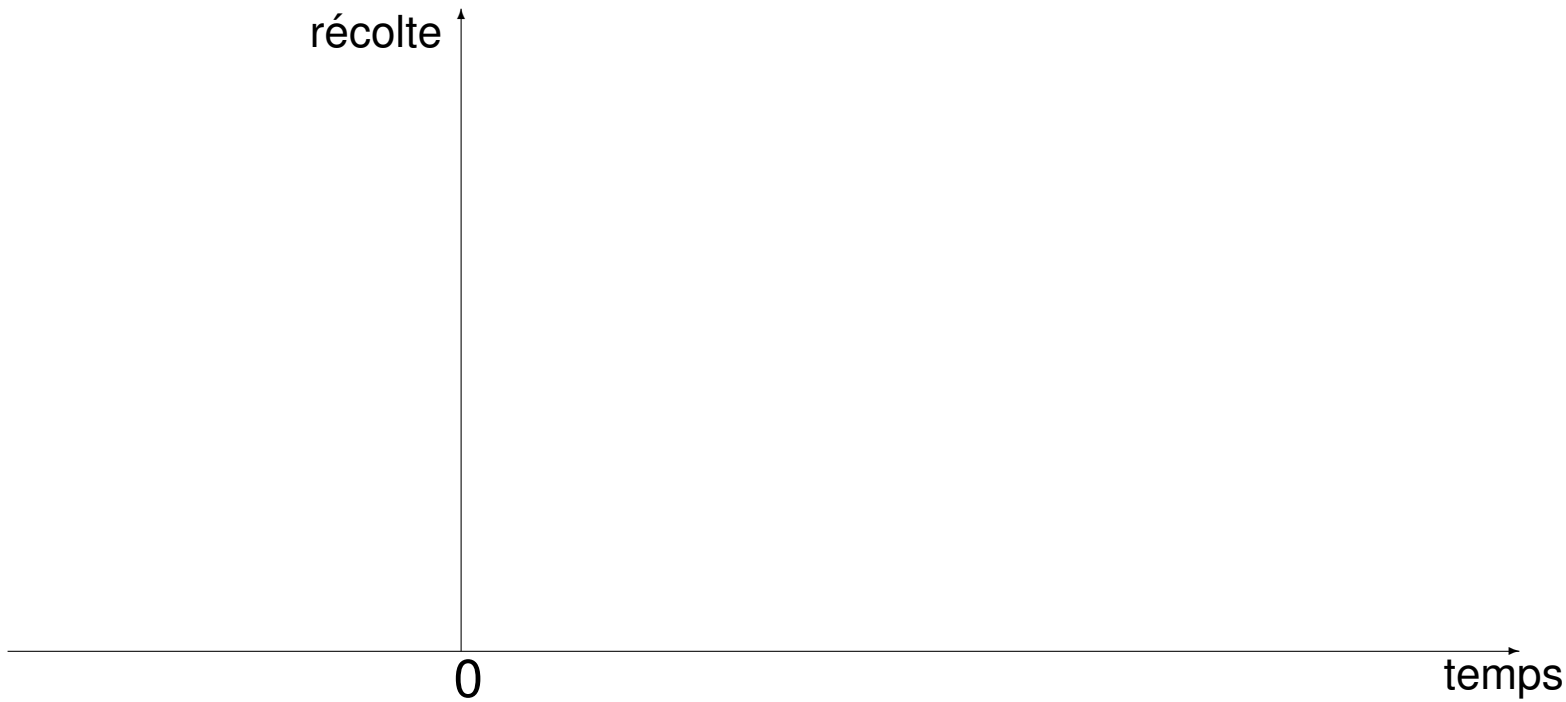
Donc en faisant des calculs d'optimisation (de l'effectif de la descendance), on doit pouvoir "prédire" (ou "expliquer") le comportement.

L'étonnant, c'est que ça marche ! ...

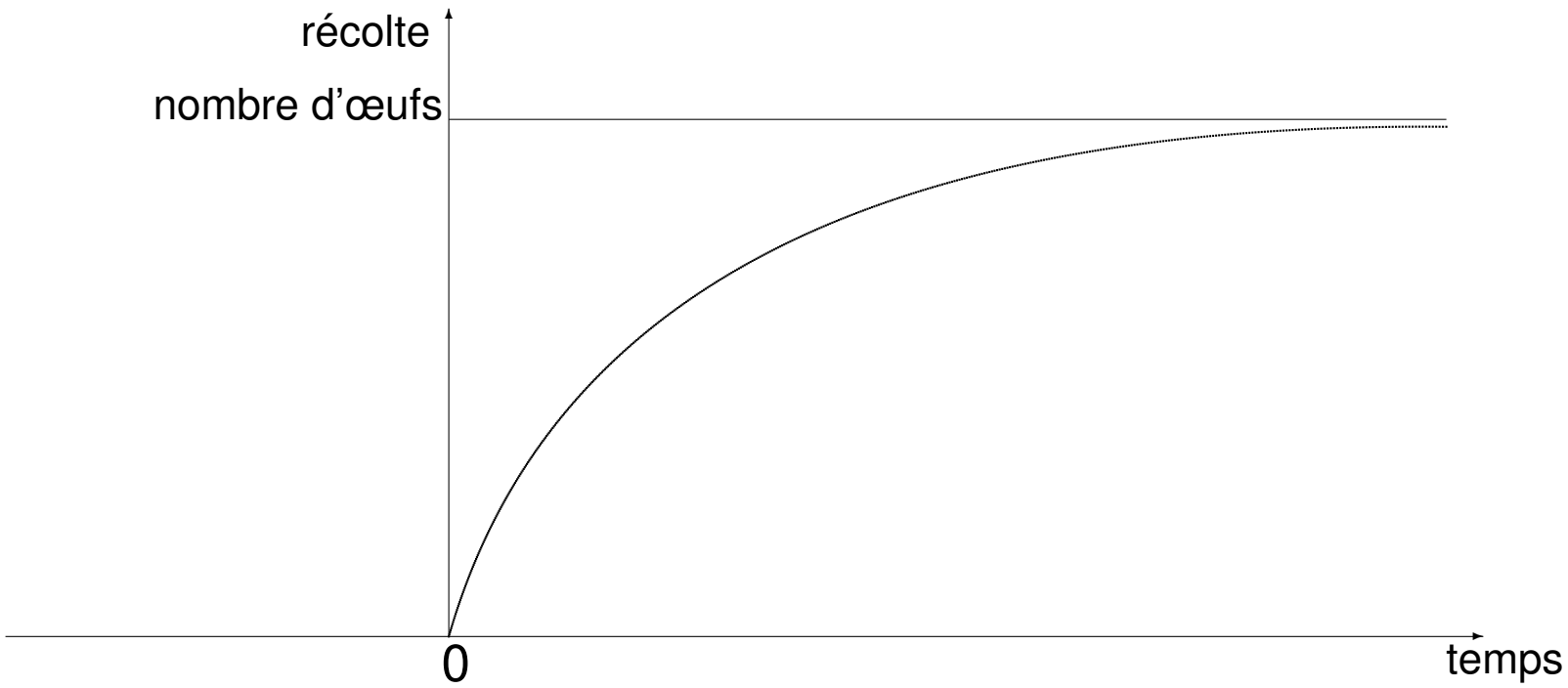
... Avec la précision possible en biologie.

# MODÈLE MATHÉMATIQUE

# Courbe de récolte



## Courbe de récolte




Efficacité décroissante de la recherche d'hôtes sains

# Efficacité

Vous avez dit : “efficacité”?

# Efficacité

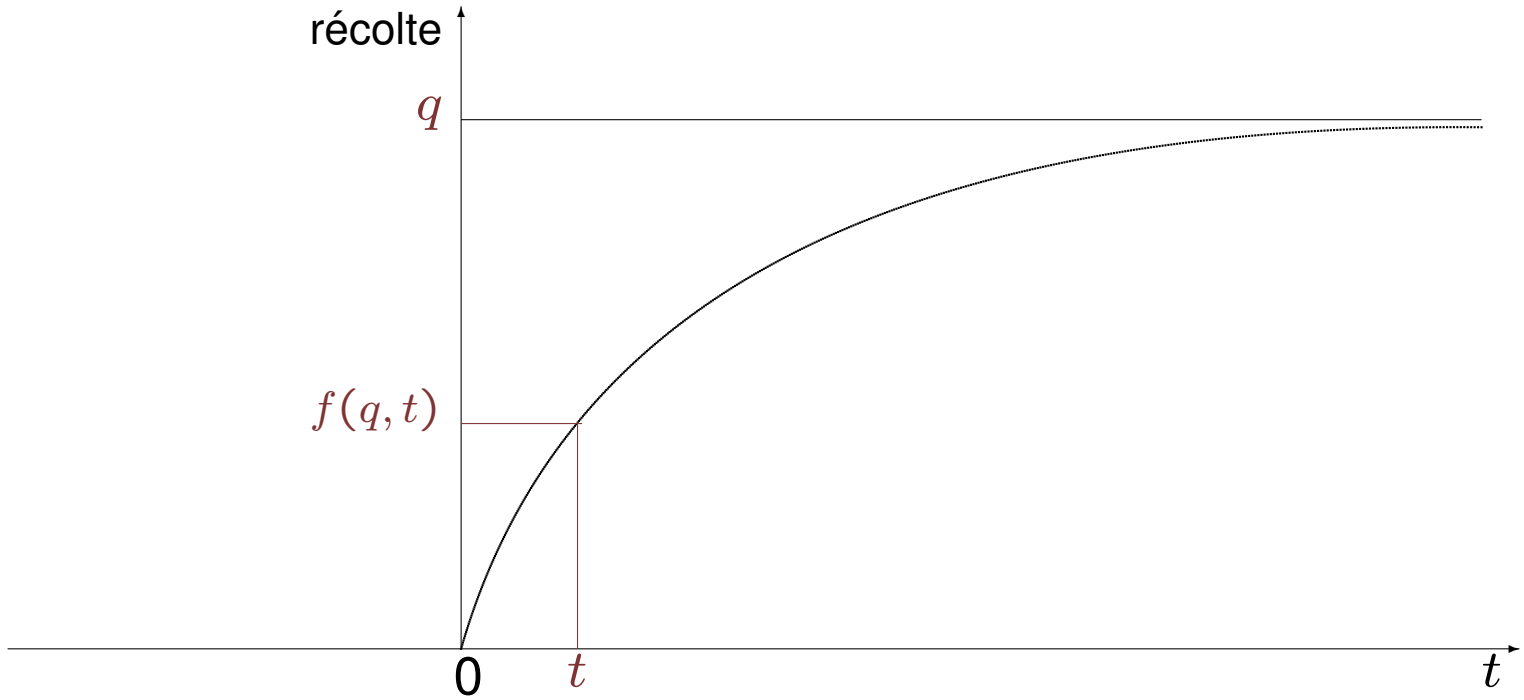
Vous avez dit : “efficacité”?

Eric Charnov propose (1974) le rendement $R$ :

$T =$ temps passé (en moyenne) à chercher un agrégat
$t =$ temps passé sur l’agrégat de qualité (nombre d’hôtes) $q$
$f(q,t) =$ la “récolte”

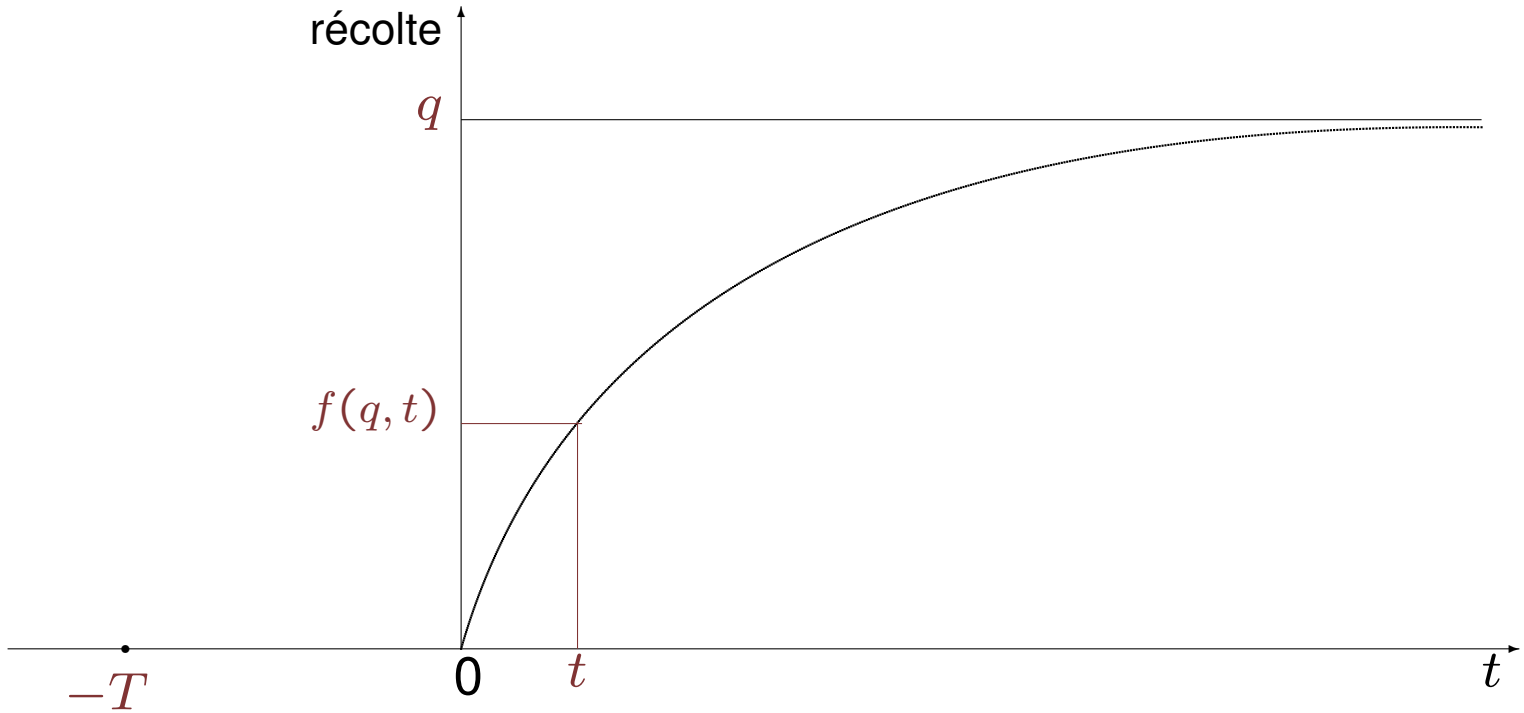
$$R = \frac{f(q,t)}{T+t}$$

# Rendement



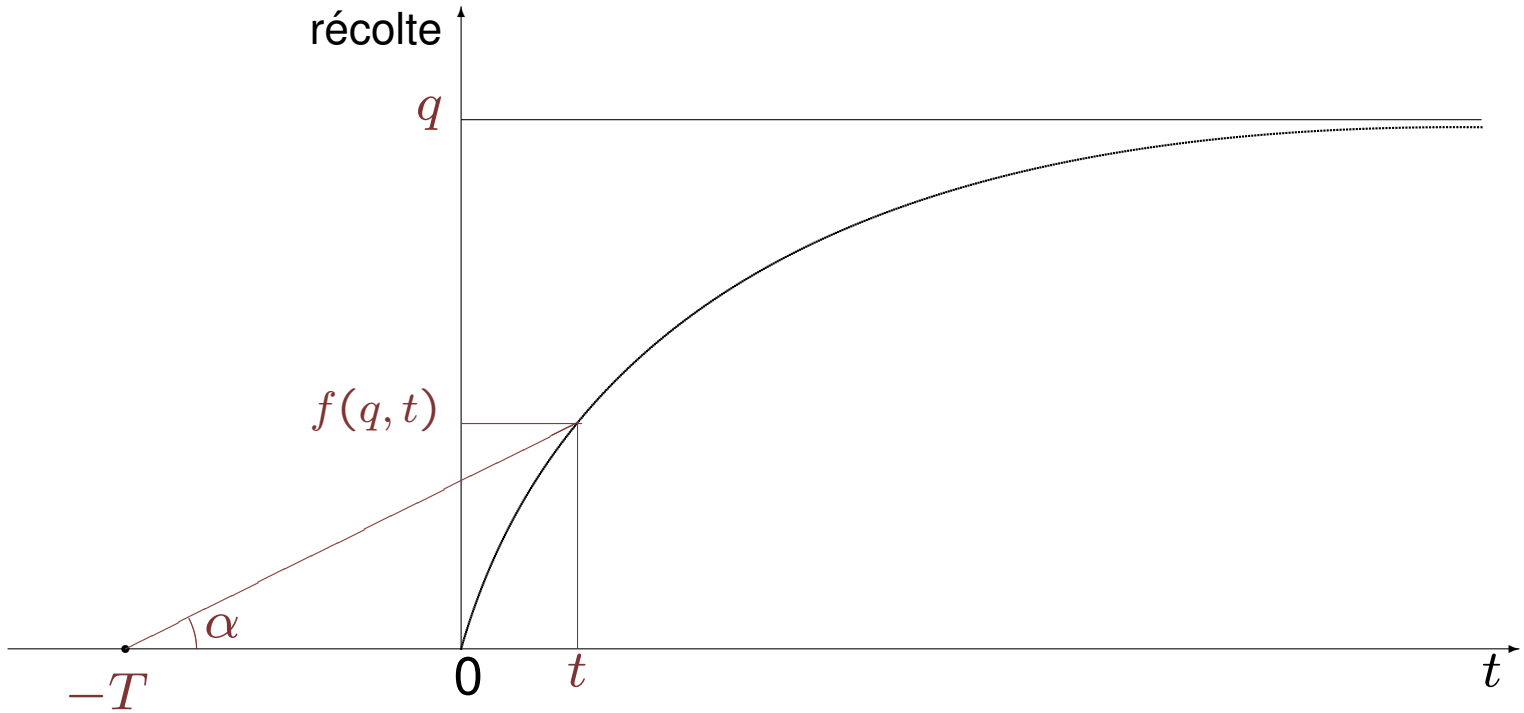

$$R = \frac{f(q,t)}{T+t}$$

# Rendement



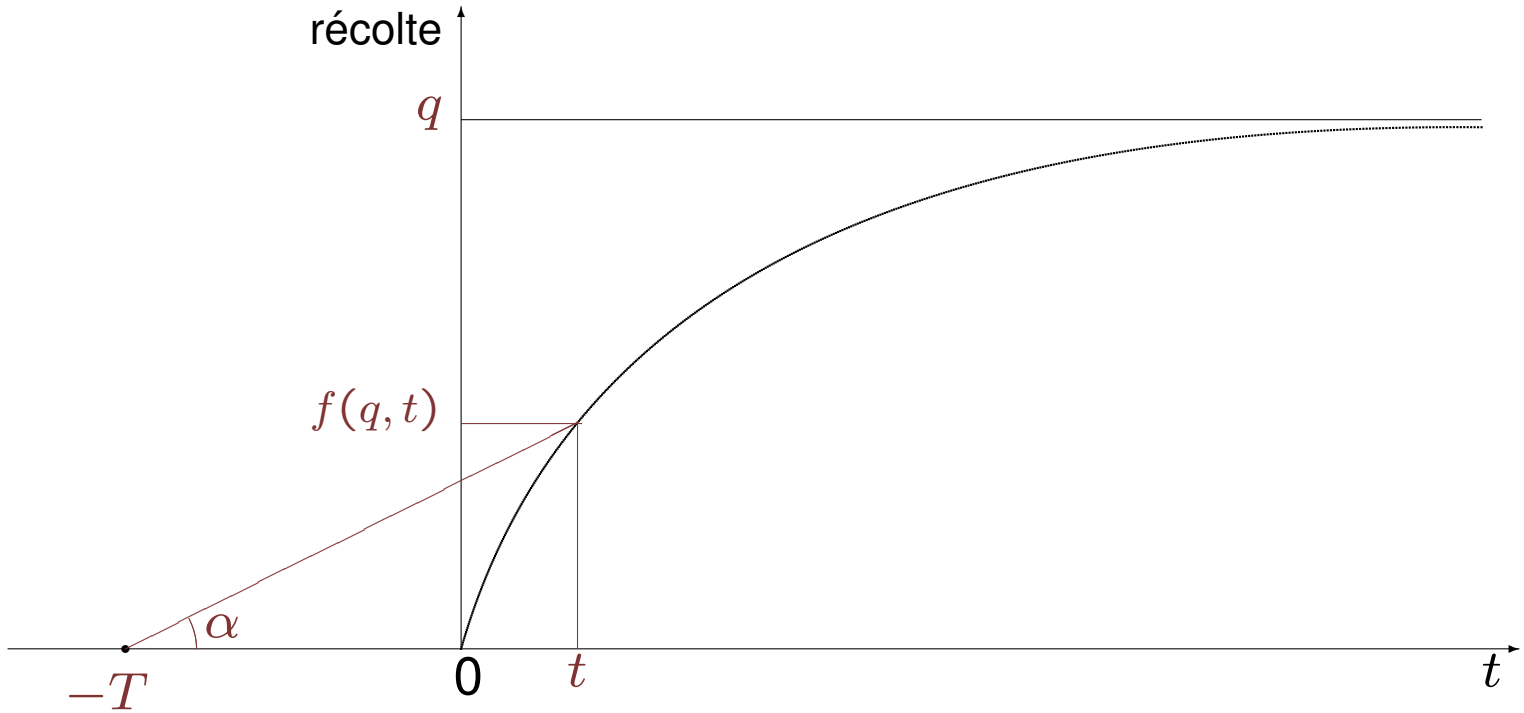

$$R = \frac{f(q,t)}{T+t}$$

# Rendement



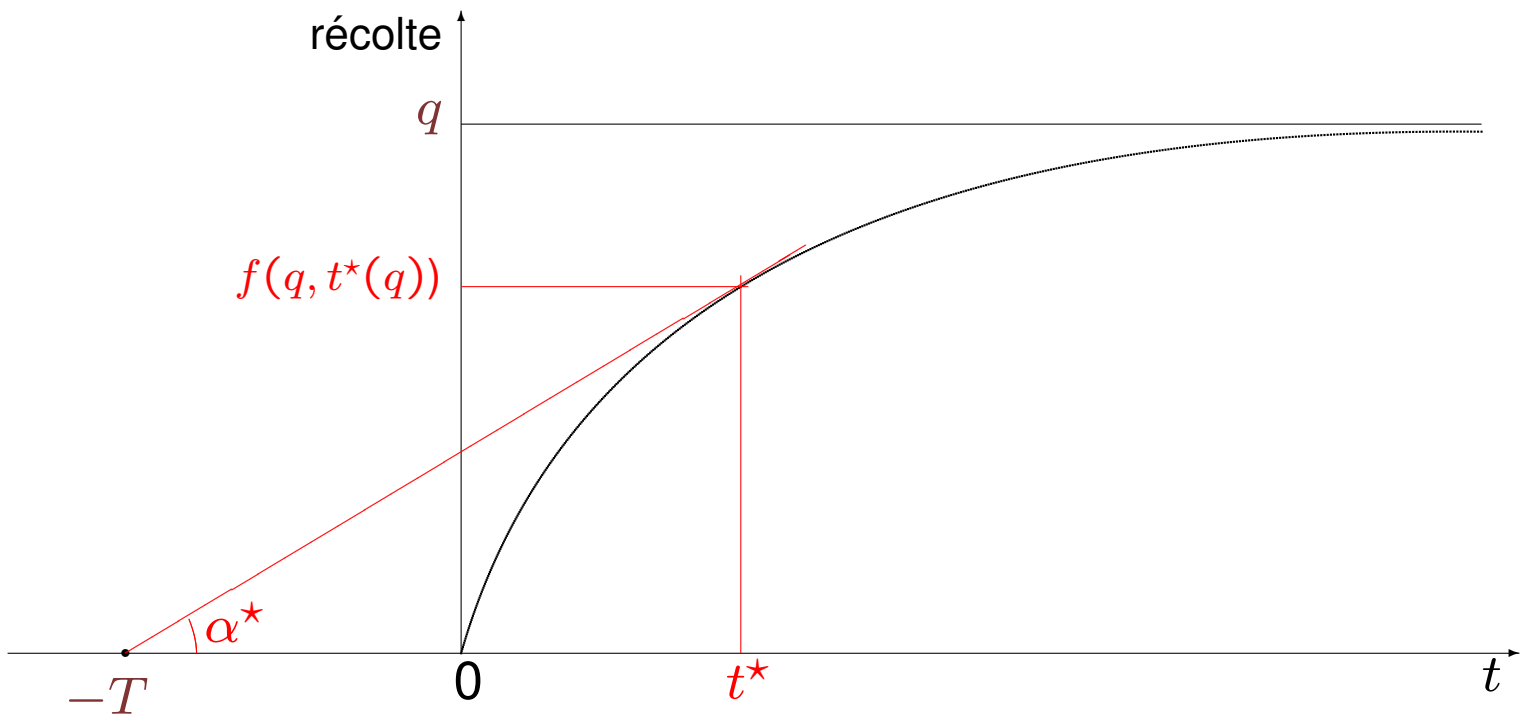

$$R = \frac{f(q,t)}{T+t}$$

# Rendement




$$R = \frac{f(q,t)}{T+t} = \tan(\alpha)$$

# Rendement optimal




$$R^\star = \frac{f(q, t^\star(q))}{T + t^\star} = \tan(\alpha^\star)$$

# Résoudre ?

En $t = t^\star$, la *pente* de la courbe $f(q, t)$ (la dérivée de $f$ par rapport $t$) est égale au rendement obtenu.

# Résoudre ?

En $t = t^\star$, la *pente* de la courbe $f(q,t)$ (la dérivée de $f$ par rapport $t$) est égale au rendement obtenu. “Marginal Value Theorem”, M.V.T.

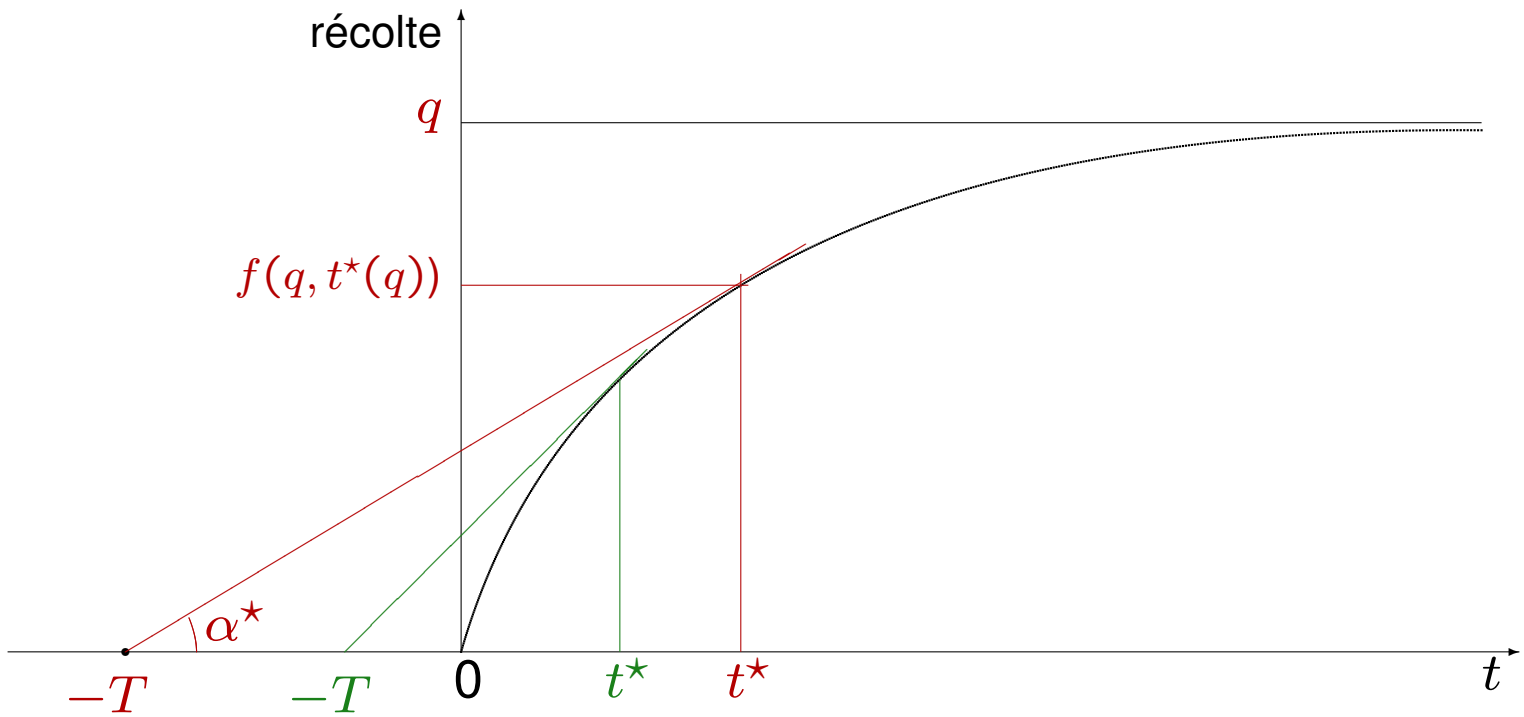
# Résoudre ?

En $t = t^\star$, la *pente* de la courbe $f(q,t)$ (la dérivée de $f$ par rapport $t$) est égale au rendement obtenu. "Marginal Value Theorem", M.V.T.

Si on connaît $f$, cela donne une équation sur $t^\star$ qu'on peut *résoudre* analytiquement ou numériquement.

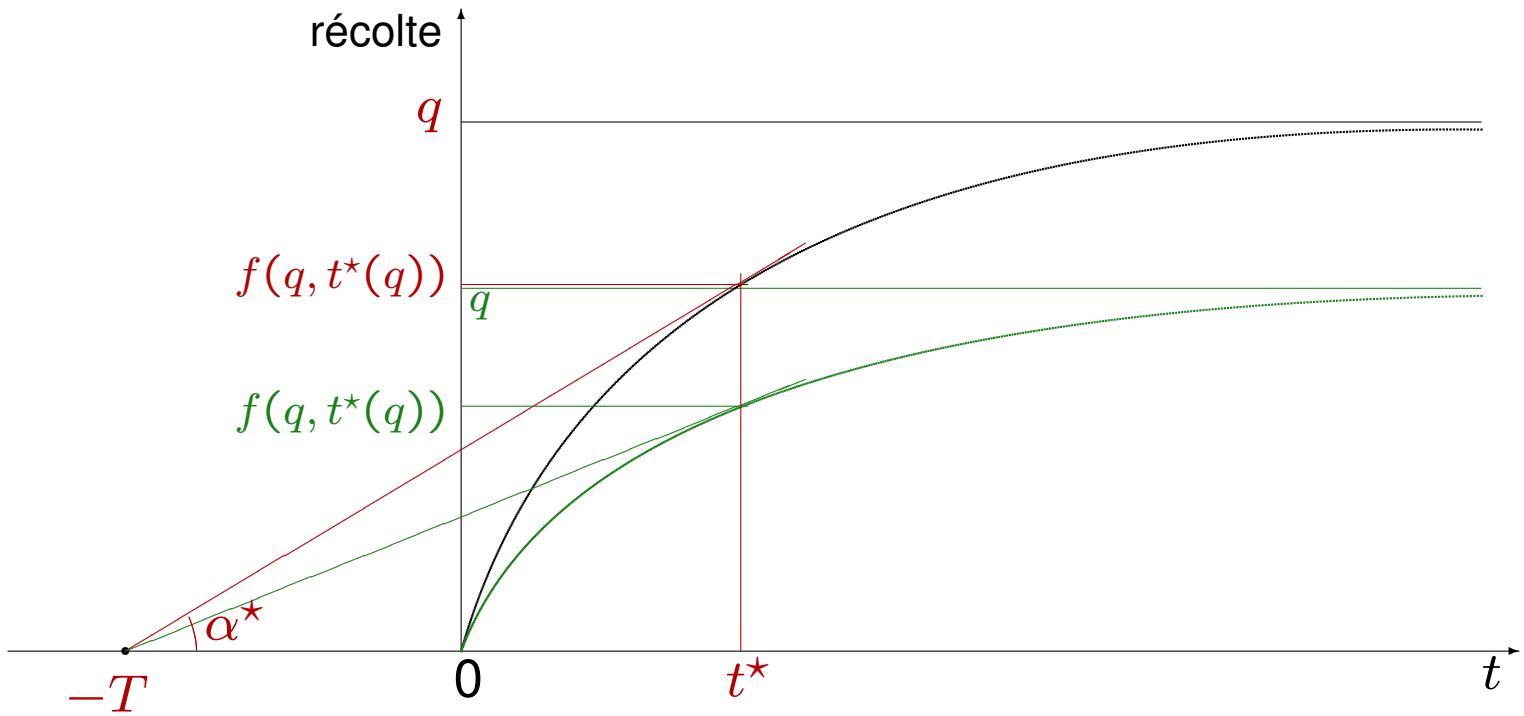
$$f'_t(q,t^\star) = \frac{f(q,t^\star)}{T + t^\star}\,.$$

# Prédiction qualitative




$t^\star$ croît avec $T$.

# Prédiction qualitative




Effet de $q$ sur $t^\star$ ?

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte,

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*

- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens,

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*

- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens, *probabilités*.

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*

- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens, *probabilités*.

- Mortalité (elle aussi variable).

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*

- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens, *probabilités*.

- Mortalité (elle aussi variable). *Optimisation dynamique.*

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*
- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens, *probabilités*.
- Mortalité (elle aussi variable). *Optimisation dynamique.*
- Congénères et compétition.

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*
- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens, *probabilités*.
- Mortalité (elle aussi variable). *Optimisation dynamique.*
- Congénères et compétition. *Théorie des jeux.*

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*
- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens, *probabilités*.
- Mortalité (elle aussi variable). *Optimisation dynamique.*
- Congénères et compétition. *Théorie des jeux.*
- Superparasitisme.

# Beaucoup de questions en suspens

- Forme de la courbe de récolte, *équation différentielle.*
- Variabilité de $T$ et $q$, $\Rightarrow$ effets moyens, *probabilités*.
- Mortalité (elle aussi variable). *Optimisation dynamique.*
- Congénères et compétition. *Théorie des jeux.*
- Superparasitisme. *Jeux dynamiques.*

# Remerciements

Éric Wajnberg
INRA-Sophia Antipolis

# Remerciements

Éric Wajnberg
INRA-Sophia Antipolis

Frédéric Hamelin
ENSA Rennes

# Remerciements

Éric Wajnberg
INRA-Sophia Antipolis

Frédéric Hamelin
ENSA Rennes

votre professeur, le proviseur

# Remerciements

Éric Wajnberg
INRA-Sophia Antipolis

Frédéric Hamelin
ENSA Rennes

votre professeur, le proviseur

. . . et vous